

Séance 3: Consommation et Courbes d'Indifférence

Sandra Nevoux

Sciences Po

Jedi 17 Septembre 2015

L'économie est une science du comportement humain

- **Partie 1:** L'économie est une science des méthodes empiriques.
 - Comment savoir quelle relation tester empiriquement?
 - Quelle(s) intuition(s) initiale(s) concernant le sens de cette relation?

- **Partie 2:** L'économie est une science du comportement humain.
 - Théorie du comportement du consommateur et de sa prise de décision.
 - Formalisation d'une relation théorique que l'on testera ensuite empiriquement.

Les trois principes fondamentaux du comportement du consommateur

- **Coût d'opportunité:** la valeur de la meilleure opportunité à laquelle un consommateur a renoncé en prenant une décision.
- **Optimisation sous contrainte:** prendre la décision qui procure la satisfaction maximale parmi les alternatives accessibles compte tenu des contraintes auxquelles le consommateur est soumis.
- **Raisonnement à la marge:** la manière dont les consommateurs prennent leurs décisions en économie, c'est-à-dire la manière dont ils font le choix de la dernière unité de consommation d'un bien donné. Le consommateur choisit de consommer une unité supplémentaire d'un bien donné si et seulement si la satisfaction supplémentaire que l'agent retire de cette consommation est supérieure ou égale au coût de cette unité de consommation supplémentaire.

Les trois étapes de la décision de consommation

- **Définition des préférences.**
- **Identification des contraintes.**
- **Choix:** détermination du point de consommation optimale.

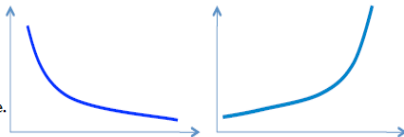
Croissance, décroissance et constance

Dynamique de la fonction	Signe de la pente ou de la dérivée
Croissance (stricte)	(Strictement) positif
Décroissance (stricte)	(Strictement) négatif
Constance	nul

Convexité, concavité et linéarité

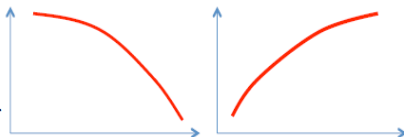
- Courbes **convexes**:

- la fonction est "en creux".
- la pente augmente; la dérivée est croissante.
- la dérivée seconde est positive.



- Courbes **concaves**:

- la fonction est "bombée".
- la pente diminue; la dérivée est décroissante.
- la dérivée seconde est négative.



- Courbes **linéaires**:

- la fonction est affine (droite).
- la pente est constante; la dérivée est constante.
- la dérivée seconde est nulle.



Notations de pente et de dérivée

	Fonction univariée $f(x)$	Fonction multivariée $f(x, z)$	Interprétation
Fonction discrète	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (z constante)	Variation de y en réponse à une hausse de x d'une unité (z constante)
Fonction continue	$f'(x)$ OU $\frac{df(x)}{dx}$	$\frac{\delta f(x, z)}{\delta x}$	Variation de y en réponse à une hausse de x d'une petite quantité (z constante)

Valeur absolue

- **Définition:** la valeur absolue d'un nombre x , dénotée $|x|$, est la valeur positive de ce nombre.
- Exemples:
 - Si $x = 5$, alors $|x| = x = 5$.
 - Si $x = -12$, alors $|x| = -x = 12$.
- Généralisation:
 - si $x \geq 0$, alors $|x| = x$.
 - si $x \leq 0$, alors $|x| = -x$.
 - si $x = 0$, alors $|x| = x = -x = 0$.

Préférences et courbe d'indifférence

Préférences et courbe d'indifférence

Préférences - Définitions

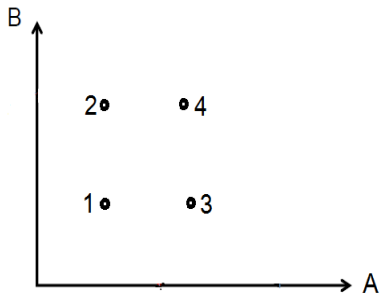
- **Définitions:**
 - **Panier:** allocation de biens de consommation (ici, on considère uniquement deux biens différents).
 - **Préférences:** abstraction par laquelle on représente la capacité d'un agent à ordonner l'ensemble des paniers de consommation possibles, disponibles comme non disponibles.
- Les préférences des consommateurs sont indépendantes du contexte, notamment de son revenu et du prix des biens.
- Exemples:
 - Ferrari vs. Twingo.
 - Fondant au chocolat vs. Pomme.
- Les paniers sont représentés dans le plan de consommation ($A; B$).

Préférences - Propriétés

- **Ordre complet des préférences (axiome de comparaison):** le consommateur est capable, pour chaque panier, de dire s'il le préfère à un autre panier ou si les deux paniers lui sont indifférents.
- **Transitivité des préférences:** si le consommateur préfère le panier A au panier B et le panier B au panier C, alors on en déduit qu'il préfère le panier A au panier C.
- **Non-satiété:** le consommateur préfère toujours consommer plus à moins. Il n'atteint pas la satiété.
- **Goût pour la diversité:** le consommateur préfère les paniers équilibrés. Il préfère un panier avec un peu des deux biens plutôt que beaucoup d'un bien et un tout petit peu de l'autre.

Préférences - Représentation graphique et application

- Le panier (1) \Leftrightarrow (1 abricot; 1 banane).
- Le panier (2) \Leftrightarrow (1 abricot; 2 bananes).
- Le panier (3) \Leftrightarrow (2 abricots; 1 banane).
- Le panier (4) \Leftrightarrow (2 abricots; 2 bananes).

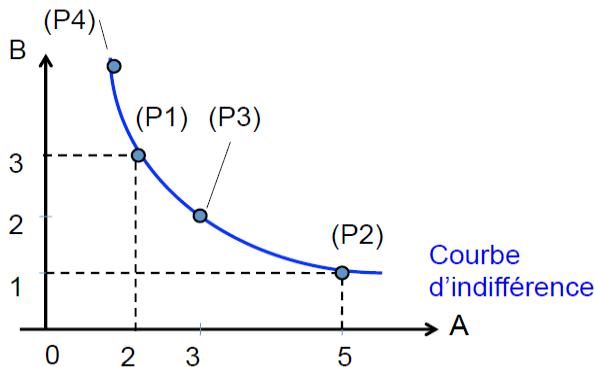


Courbe d'indifférence - Définition

- Les propriétés des préférences permettent au consommateur d'ordonner différents paniers mais également d'identifier les paniers parmi lesquels il est indifférent.
- Les préférences sont représentées mathématiquement par la notion d'utilité, qui représente la satisfaction que le consommateur retire de la consommation d'un panier donné.
- Il existe donc une indifférence entre certains paniers alternatifs, qui peut être représentée dans le plan de consommation (A ; B).
- **Définition:** une courbe d'indifférence représente l'ensemble des paniers des biens entre lesquels l'agent est indifférent. Autrement dit, la courbe d'indifférence représente l'ensemble des paniers des biens qui procurent à l'agent un même niveau d'utilité (\bar{U}).

Courbe d'indifférence - Représentation graphique

Le consommateur est indifférent entre P1 et P2. \Rightarrow Ces deux paniers seront sur la même courbe d'indifférence.



Courbe d'indifférence - Application

On suppose que l'espace des marchandises comporte deux biens, des poires et des bananes, et que la relation d'ordre d'un consommateur est telle que si un panier comporte plus de poires et de bananes qu'un autre, alors il lui est préféré (pas de saturation).

Le consommateur dispose d'un stock initial de 15 poires et de 30 bananes, i.e.

$A_1 = (15; 30)$, et on lui propose de lui remettre 3 poires supplémentaires en échange de bananes. Il accepte l'échange à condition de n'avoir à donner au maximum que 5 bananes, ce qu'il fait finalement. Son nouveau panier de biens est donc $A_2 = (18; 25)$.

On recommence les échanges, ce qui donne les différents paniers de biens obtenus successivement, consignés dans le tableau A ci-dessous.

Courbe d'indifférence - Application

Tableau A

	Poires	Bananes
	x_1	x_2
A_1	15	30
A_2	18	25
A_3	21	21
A_4	24	18
A_5	27	16
A_6	30	15

Tableau B

	Poires	Bananes
	x_1	x_2
B_1	18	40
B_2	21	34
B_3	24	29
B_4	27	25
B_5	30	22
B_6	33	20
B_7	37	19

Tableau C

	Poires	Bananes
	x_1	x_2
C_1	35	30
C_2	16	36
C_3	23	22
C_4	40	24
C_5	17	15
C_6	23	26
C_7	16	26

- ⇒ Dans quelle mesure peut-on dire que les 6 paniers de biens A_i ($i = 1, \dots, 6$) sont indifférents au consommateur?
 ⇒ Représentez graphiquement les paniers de biens A_i dans l'espace des marchandises.

Courbe d'indifférence - Application

Supposons que le même consommateur soit soumis à la même expérience d'échanges, son stock initial étant alors de 18 poires et de 40 bananes.

⇒ Les résultats étant consignés dans le Tableau B ci-dessus, représentez-les graphiquement.

⇒ Peut-on classer les paniers $A_6 = (30, 15)$ et $B_1 = (18, 40)$? $A_2 = (18, 25)$ et $B_6 = (33, 20)$? A_i et B_j ?

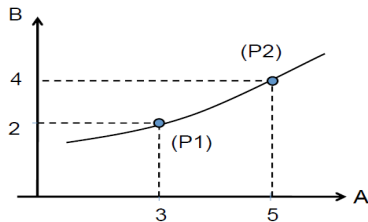
On considère les paniers de biens supplémentaires donnés par le Tableau C ci-dessus.

⇒ Classez si possible les paniers de biens des types A, B et C.

Courbe d'indifférence - Propriétés

- **Propriété 1:** Les courbes d'indifférence sont décroissantes.
- **Propriété 2:** Plus la courbe d'indifférence s'éloigne de son point d'origine, plus la satisfaction de l'agent est importante.
- **Propriété 3:** Les courbes d'indifférence ne se croisent pas.
- **Propriété 4:** L'agent a un goût pour la diversité si les courbes d'indifférence sont strictement convexes.
- **Propriété 5:** Le taux marginal de substitution est décroissant le long d'une courbe d'indifférence convexe.
- **Propriété 6:** Lorsque l'agent a un goût pour la diversité, au point de consommation optimale le taux marginal de substitution est égal au rapport des prix des deux biens.

Propriété 1 - Les courbes d'indifférences sont décroissantes

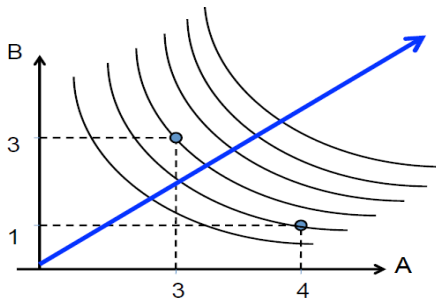


- Preuve par contradiction: supposons que la courbe d'indifférence soit croissante.
⇒ P1 et P2 appartiennent à cette même courbe d'indifférence et correspondent donc à un même niveau d'utilité (\bar{U}).
- Or, d'après les propriétés de non-satiété et de transitivité des préférences, le consommateur préfère consommer P2 à P1. ⇒ P1 correspond à un niveau d'utilité inférieur à celui de P2.

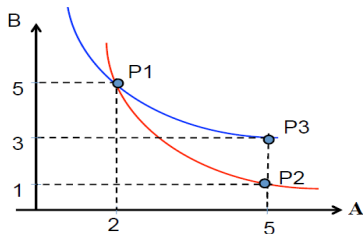
Propriété 2 - Plus la courbe d'indifférence s'éloigne de son point d'origine, plus la satisfaction de l'agent est importante

Il existe plusieurs courbes d'indifférence correspondant à des niveaux d'utilité différents. L'utilité est croissante à mesure que les courbes d'indifférence s'éloignent de l'origine.

- Propriétés utilisées: non-satiété et transitivité des préférences.

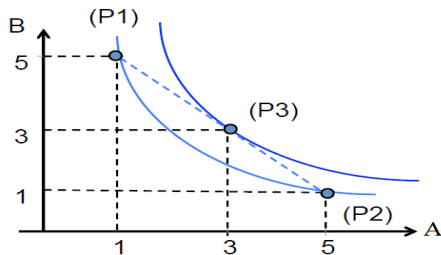


Propriété 3 - Les courbes d'indifférence ne se croisent pas



- Preuve par contradiction: supposons que les courbes d'indifférence se croisent.
⇒ P1 appartient à ces deux courbes d'indifférence. ⇒ D'après la propriété de transitivité des préférences, les paniers appartenant à ces deux courbes d'indifférence correspondent à un même niveau d'utilité (\bar{U}).
- Or, chaque courbe d'indifférence correspond à un niveau d'utilité unique qui la caractérise.

Propriété 4 - L'agent a un goût pour la diversité si les courbes d'indifférence sont strictement convexes



- La courbe d'indifférence délimite deux espaces dans le plan de consommation (A; B):
 - En dessous de la courbe d'indifférence: paniers qui lui procurent moins d'utilité que le niveau d'utilité (\bar{U}) correspondant à cette courbe d'indifférence.
 - Au dessus de la courbe d'indifférence: paniers qui lui procurent plus d'utilité que le niveau d'utilité (\bar{U}) correspondant à cette courbe d'indifférence.

Propriété 4 - L'agent a un goût pour la diversité si les courbes d'indifférence sont strictement convexes

- Choisissons deux paniers sur la courbe d'indifférence et traçons une droite les reliant. Cette droite correspond à tous les paniers intermédiaires entre ces deux paniers:
 - Convexité: si cette droite est au dessus de la courbe d'indifférence.
⇒ Les paniers correspondant à cette droite procurent une utilité supérieure au niveau d'utilité (\bar{U}). ⇒ Le consommateur a une préférence pour la diversité.
 - Concavité: si cette droite est en dessous de la courbe d'indifférence.
⇒ Les paniers correspondant à cette droite procurent une utilité inférieure au niveau d'utilité (\bar{U}). ⇒ Le consommateur préfère ne consommer que d'un seul bien.
 - Linéarité: si cette droite est confondue avec la courbe d'indifférence.
⇒ Les paniers correspondant à cette droite procurent une utilité égale au niveau d'utilité (\bar{U}). ⇒ Le consommateur est indifférent entre consommer seulement d'un bien ou une combinaison des deux biens.
- D'après la propriété du goût pour la diversité, les courbes d'indifférence sont donc convexes.

Le taux marginal de substitution

- La pente de la courbe d'indifférence ($\frac{\Delta B}{\Delta A}$) correspond à la variation de consommation du bien B pour avoir une unité de plus du bien A tout en restant au même niveau d'utilité (\bar{U}).
- **Définition:** le taux marginal de substitution (TMS) est la valeur absolue de la pente de la courbe d'indifférence en un point. Il traduit la quantité du bien B que l'agent est prêt à sacrifier pour obtenir une unité de plus de l'autre bien A , tout en restant au même niveau de satisfaction (\bar{U}).

$$TMS = \left| \frac{\Delta B}{\Delta A} \right|$$

$$\text{Or, } \frac{\Delta B}{\Delta A} \leq 0$$

$$TMS = -\frac{\Delta B}{\Delta A}$$

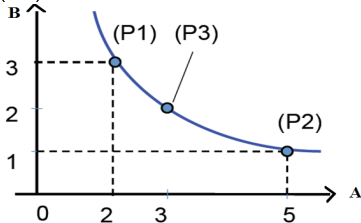
Le taux marginal de substitution

- Quand la consommation de A augmente d'une unité, la consommation de B diminue d'une quantité qui est le TMS.
- On met un signe ($-$) devant car on sait, d'après la propriété 1, qu'une courbe d'indifférence est décroissante (et donc sa pente ($\frac{\Delta B}{\Delta A}$) est négative) et on veut que le TMS soit positif, dans la mesure où il s'agit de la consommation de B que le consommateur sacrifie.
- Dynamique:
 - Le TMS augmente quand la consommation de B augmente et la consommation de A diminue.
 - Le TMS diminue quand la consommation de B diminue et la consommation de A augmente.
- Exemple: combien suis-je prêt à sacrifier de bananes pour accroître ma consommation d'abricots d'une unité tout en gardant un même niveau d'utilité?
- Le TMS dépend du niveau de consommation déjà atteint de chacun des deux biens.

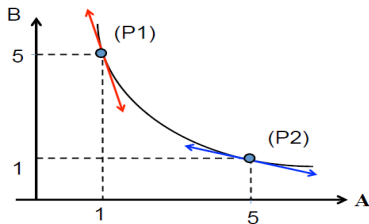
Le taux marginal de substitution - Application

⇒ Combien suis-je prêt à sacrifier de B pour avoir une unité de plus de A au point $(2,3)$?

⇒ Combien suis-je prêt à sacrifier de B pour avoir une unité de plus de A au point $(3,2)$?



Propriété 5 - Le taux marginal de substitution est décroissant le long d'une courbe d'indifférence convexe



- Cette propriété provient du goût pour la diversité du consommateur: à mesure que sa quantité consommée de B augmente, le consommateur est prêt à sacrifier de plus en plus de sa consommation de B pour accroître d'une unité sa consommation de A .
- Cette propriété traduit le fait que plus la quantité consommée d'un bien est importante, plus l'utilité marginale que le consommateur retire d'une unité supplémentaire de consommation de ce bien est faible.

Propriété 6 - Lorsque l'agent a un goût pour la diversité, au point de consommation optimale le taux marginal de substitution est égal au rapport des prix des deux biens

Quel est le point de consommation optimale?

- Aucune contrainte \Rightarrow Panier $(+\infty, +\infty)$.
- En général, optimisation sous contrainte \Rightarrow Identification des contraintes.

Contrainte budgétaire

Contrainte budgétaire

Contrainte budgétaire - Définition

- Les contraintes sont de deux ordres: temps et budget. On s'intéresse uniquement à la contrainte budgétaire.
- **Définition:** La contrainte budgétaire de l'agent est déterminée par son revenu et par le prix des biens qui constituent son panier de consommation. Elle indique que les dépenses de l'agent ne peuvent excéder son revenu ($p_1 * x_1 + p_2 * x_2 \leq R$). La contrainte budgétaire délimite l'espace budgétaire de l'agent, soit l'ensemble des paniers de biens que l'agent peut acquérir compte tenu de son revenu et de leurs prix.

Contrainte budgétaire - Définition

- La contrainte budgétaire dépend:
 - du revenu R du consommateur.
 - de la dépense du consommateur. La dépense s'exprime en fonction des quantités A et B et des prix p_A et p_B :

$$p_A A + p_B B$$

La dépense ne peut pas dépasser le revenu:

$$\Rightarrow p_A A + p_B B \leq R$$

- Optimisation sous contrainte \Rightarrow Je dépense autant que mon revenu me le permet:

$$p_A A + p_B B = R$$

Contrainte budgétaire - Représentation graphique

Comment représenter la contrainte budgétaire dans le plan de consommation $(A; B)$?

- On calcule à partir de la contrainte budgétaire:
 - A quand $B = 0 \Rightarrow A = \frac{R}{P_A} \Rightarrow \text{Point } (\frac{R}{P_A}; 0)$.
 - B quand $A = 0 \Rightarrow B = \frac{R}{P_B} \Rightarrow \text{Point } (0; \frac{R}{P_B})$.
 \Rightarrow La contrainte budgétaire est la droite qui relie ces deux points dans le plan de consommation $(A; B)$.

- On exprime B en fonction de A à partir de la contrainte budgétaire:

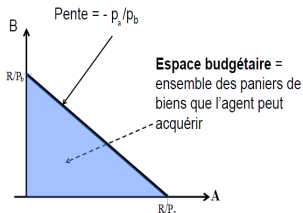
$$B = \frac{R}{P_B} - \frac{P_A}{P_B} A$$

\Rightarrow Cette fonction correspond à la contrainte budgétaire dans le plan de consommation $(A; B)$.

Contrainte budgétaire - Représentation graphique

La contrainte budgétaire délimite le plan de consommation (A ; B) en deux parties:

- Au dessus de la contrainte budgétaire: paniers que l'agent ne peut pas acquérir.
- En dessous de la contrainte budgétaire: paniers que l'agent peut acquérir.
⇒ Espace budgétaire.



Contrainte budgétaire - Application (1)

$R = 100$; $p_A = 2$; $p_B = 3$.

⇒ Calculer la contrainte budgétaire.

⇒ Calculer A lorsque $B = 0$.

⇒ Calculer B lorsque $A = 0$.

⇒ Exprimer B en fonction de A .

⇒ Représenter la contrainte budgétaire dans le plan de consommation (A ; B).

Contrainte budgétaire - Application (2)

Théo dispose d'un budget limité à dépenser pour ses loisirs. Il s'élève à 60 euros. Un film coûte 6 euros et un CD 15 euros.

- ⇒ Tracer sa contrainte budgétaire.
- ⇒ Quel est son domaine des choix des possibles ?
- ⇒ Tracer sa nouvelle contrainte budgétaire si :
 - un parent généreux lui donne 30 euros de plus.
 - le prix du film baisse à 5 euros.
 - le coût du CD passe à 20 euros.

Le coût d'opportunité

- La pente de la contrainte budgétaire ($-\frac{P_A}{P_B}$) correspond à la variation de consommation du bien B pour avoir une unité de plus du bien A à contrainte budgétaire inchangée.
- **Définition:** le coût d'opportunité (CO) d'une unité supplémentaire de A est la valeur absolue de la pente de la contrainte budgétaire. Il traduit la quantité du bien B que l'agent peut sacrifier pour obtenir une unité de plus de l'autre bien A , à contrainte budgétaire inchangée.

$$CO = \left| -\frac{P_A}{P_B} \right|$$

$$\text{Or, } -\frac{P_A}{P_B} \leq 0$$

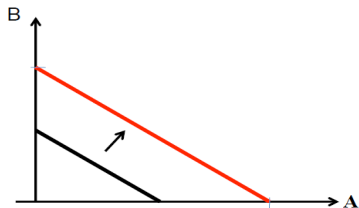
$$CO = \frac{P_A}{P_B}$$

Le coût d'opportunité

- Quand la consommation de A augmente d'une unité, la consommation de B diminue d'une quantité qui est le coût d'opportunité.
- On met un signe $(-)$ devant car on sait que la contrainte budgétaire est décroissante (et donc sa pente $(-\frac{PA}{PB})$ est négative) et on veut que le CO soit positif, dans la mesure où il s'agit de la consommation de B que le consommateur sacrifie.
- La contrainte budgétaire étant une fonction linéaire et une droite dans le plan $(A; B)$, le CO est donc constant pour toutes les valeurs de A et de B .
- Exemple: combien suis-je prêt à sacrifier de bananes pour accroître ma consommation d'abricots d'une unité tout en gardant ma contrainte budgétaire inchangée?

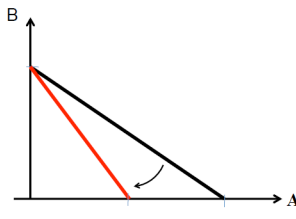
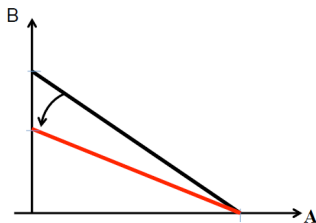
Contrainte budgétaire - Changement de revenu

Hausse (respectivement baisse) du revenu \Rightarrow Déplacement de la contrainte budgétaire vers le haut et la droite (respectivement vers le bas et la gauche).



Contrainte budgétaire - Changement de prix

Hausse (respectivement baisse) du prix \Rightarrow Rotation de la contrainte budgétaire.

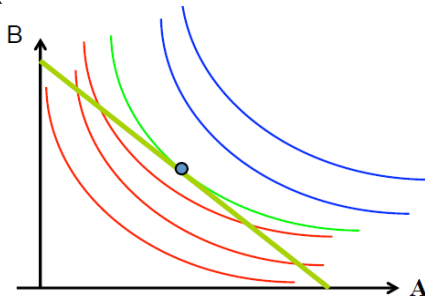


Choix

Choix

Choix - Intersection entre préférences et contrainte

Le choix, à savoir le point de consommation optimale, correspond au panier appartenant à l'espace budgétaire et procurant le maximum de satisfaction (c'est-à-dire situé sur la courbe d'indifférence la plus éloignée possible de l'origine).



Optimisation sous contrainte - Définition

Définition: L'agent optimise sous contrainte lorsqu'il choisit le panier qui lui procure le maximum de satisfaction, compte-tenu de sa contrainte budgétaire. Le choix du consommateur se portera donc sur un panier se trouvant dans l'espace budgétaire et dont la courbe d'indifférence est la plus éloignée de l'origine. Lorsque les courbes d'indifférence du consommateur sont strictement convexes, au point de consommation optimale, le TMS est égal au rapport des prix entre les deux biens, soit $TMS = -\frac{p_1}{p_2}$. (Le bien x_1 dont le prix est p_1 est représenté sur l'axe des abscisses, le bien x_2 dont le prix est p_2 est représenté sur l'axe des ordonnées.)

Retour sur la propriété 6 - Lorsque l'agent a un goût pour la diversité, au point de consommation optimale le taux marginal de substitution est égal au rapport des prix des deux biens

- On s'éloigne le plus possible de l'origine, tout en restant dans l'espace budgétaire.
⇒ Point de tangence entre la contrainte budgétaire et la courbe d'indifférence la plus éloignée de l'origine.
- Propriété du point de tangence: la pente de la contrainte budgétaire ($-\frac{P_A}{P_B}$) est égale à la pente de la courbe d'indifférence ($\frac{\Delta B}{\Delta A}$):

$$-\frac{P_A}{P_B} = \frac{\Delta B}{\Delta A}$$

Or, $TMS = -\frac{\Delta B}{\Delta A}$ et $CO = \frac{P_A}{P_B}$

$$\Rightarrow TMS = -\frac{\Delta B}{\Delta A} = \frac{P_A}{P_B} = CO$$

- La consommation est optimale quand le TMS est égal au CO, autrement dit quand le sacrifice de B que le consommateur est prêt à consentir pour augmenter d'une unité supplémentaire sa consommation de A, tout en restant au même niveau d'utilité (\bar{U}), correspond au sacrifice de B que le consommateur peut faire pour augmenter d'une unité supplémentaire sa consommation de A, à contrainte budgétaire inchangée.

Résumé

Étape	Pente	Notion	Interprétation
Préférences et courbe d'indifférence	$\frac{\Delta B}{\Delta A}$	$TMS = \left \frac{\Delta B}{\Delta A} \right = -\frac{\Delta B}{\Delta A}$	Le TMS correspond à la quantité de B que l'agent est prêt à sacrifier pour augmenter d'une unité sa consommation de A , tout en restant au même niveau d'utilité (\bar{U}).
Contrainte budgétaire	$-\frac{p_A}{p_B}$	$CO = \left -\frac{p_A}{p_B} \right = \frac{p_A}{p_B}$	Le CO correspond à la quantité de B que l'agent peut sacrifier pour augmenter d'une unité sa consommation de A , à contrainte budgétaire inchangée.
Choix	$\frac{\Delta B}{\Delta A} = -\frac{p_A}{p_B}$	$TMS = CO \Leftrightarrow -\frac{\Delta B}{\Delta A} = \frac{p_A}{p_B}$	Au point de consommation optimale, le TMS est égal au CO. Autrement dit, au point de consommation optimale, la quantité de B que l'agent est prêt à sacrifier pour augmenter d'une unité sa consommation de A , tout en restant au même niveau d'utilité (\bar{U}), est égale à la quantité de B que l'agent peut sacrifier pour augmenter d'une unité sa consommation de A , à contrainte budgétaire inchangée.

NB: Le même raisonnement peut être appliqué à une fonction continue et à sa dérivée ($\frac{\Delta B}{\Delta A}$ remplacé par $f'(A)$ (fonction univariée) ou par $\frac{\delta f(A,z)}{\delta A}$ (fonction multivariée)).