Séance 5: Surplus du consommateur, Choix en incertain et Rationalité

Sandra Nevoux

Sciences Po

Jeudi 1 Octobre 2015

L'essentiel à retenir

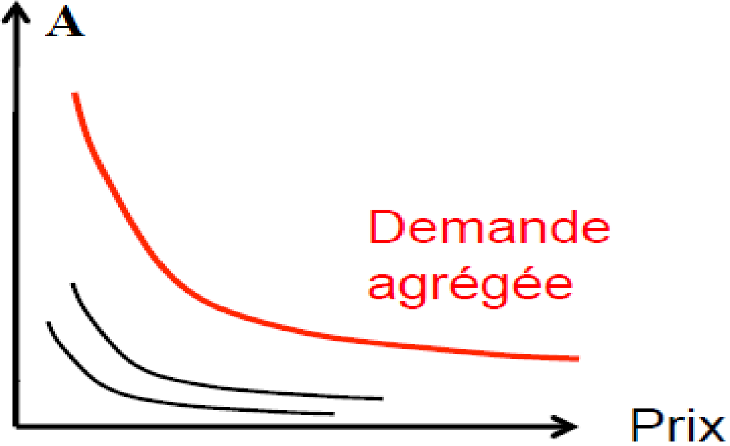
Surplus du consommateur

Courbe de demande - Définition et Agrégation

- **Définition:** la courbe de demande individuelle d'un bien traduit la relation entre le prix de ce bien et la quantité du bien que l'agent est prêt à consommer à chaque niveau de prix.
- **Définition:** la courbe de demande agrégée d'un bien s'obtient en additionnant l'ensemble des demandes individuelles de ce bien pour chaque niveau de prix.
- On considère exclusivement les biens ordinaires.

  $\Rightarrow$ La quantité consommée de A est une fonction décroissante du prix P_A de A:
  - Hausse du prix $P_A \Rightarrow$ Baisse de la consommation de A.
  - Baisse du prix $P_A \Rightarrow$ Hausse de la consommation de A.
- **Loi de la demande:** la relation entre le prix du bien et la quantité consommée que cette courbe exprime correspond à la loi de la demande, qui expose le fait que l'agent (respectivement les agents) est (respectivement sont) d'autant plus prêt(s) à payer pour un bien que ce bien est rare.

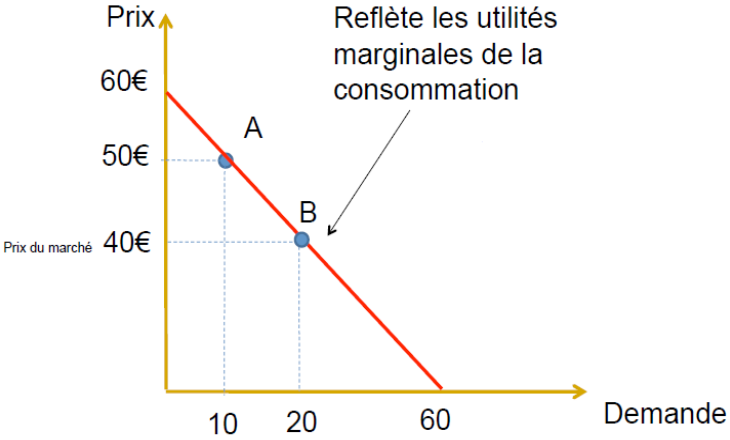
Courbe de demande - Représentation graphique



Utilité marginale - Définition

- La courbe de demande représentée comme une fonction décroissante du prix traduit le fait que l'utilité marginale par rapport à la consommation d'un bien est décroissante.
- La courbe de demande correspond à l'utilité marginale que procure à l'agent la consommation d'une unité supplémentaire de ce bien, pour chaque niveau de consommation.
- $U(A) \Rightarrow$ Au point de consommation optimale: $U_m(A) = P_A$.
  - Notations: l'utilité marginale $U_m(A)$ est équivalant à $(\frac{\delta U}{\delta A})$ (dérivée de l'utilité par rapport à A - valeurs continues) ou $(\frac{\Delta U}{\Delta A})$ (le taux d'accroissement de l'utilité par rapport à A - valeurs discrètes).
  - **Interprétation:** Le consommateur raisonne à la marge, c'est-à-dire qu'il continue à consommer d'un bien tant que l'utilité marginale $U_m(A)$ que lui procure la consommation d'une unité supplémentaire de A est supérieure au coût marginal P_A de la consommation de cette unité supplémentaire.

Utilité marginale - Représentation graphique



Surplus du consommateur - Définition

- On considère ici le surplus au niveau individuel.
- **Définition:** le prix de réserve est le prix maximal que le consommateur est prêt à payer pour consommer d'un bien. Le prix de réserve est donc égal à l'utilité marginale.
- **Définition:** le surplus (marginal) du consommateur est la différence entre le prix maximum qu'il est disposé à payer pour le bien x (prix de réserve), et le prix p payé pour ce bien, soit $U_m(x) - p(x)$.

$$Surplus\ marginal = U_m(A) - P_A$$

- Dynamique:
    - Au point de consommation optimale:

    $$U_m(A) = P_A \Rightarrow Surplus\ marginal = 0$$

    - Consommation inférieure à la consommation optimale:

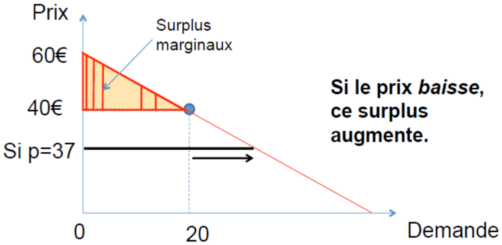
    $$U_m(A) \geq P_A \Rightarrow Surplus\ marginal \geq 0$$

    - Consommation supérieure à la consommation optimale:

    $$U_m(A) \leq P_A \Rightarrow Surplus\ marginal \leq 0$$

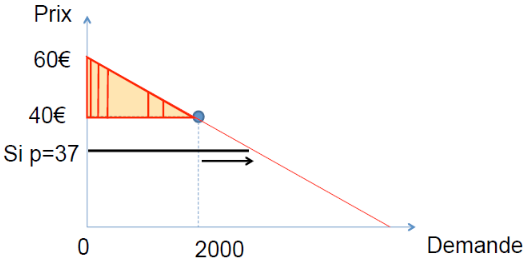
Surplus du consommateur - Représentation graphique

- Le surplus marginal est le trait vertical entre l'utilité marginale et le prix payé.
- **Définition:** le surplus total est la somme des surplus marginaux pour chaque niveau de prix, c'est-à-dire l'espace triangulaire entre la courbe de demande individuelle et la droite représentant le prix de marché.



Surplus du consommateur - Agrégation

- Au niveau agrégé, le surplus marginal est le trait vertical entre l'utilité marginale et le prix payé.
- Au niveau agrégé, le surplus total est la somme des surplus marginaux, c'est-à-dire l'espace triangulaire entre la courbe de demande agrégée et la droite représentant le prix de marché.



Choix en incertain

Risque

Définition: le risque est une situation dans laquelle on peut probabiliser les événements qui peuvent avoir lieu. On peut donc prendre des décisions rationnelles en tenant compte des probabilités de chaque événement.

- **Risque subi:** situation dans laquelle l'agent ne peut se soustraire à la situation du risque, le risque est perçu comme subi.
- **Risque choisi:** situation dans laquelle le risque résulte de la décision de l'agent, décision dont il connaît toutes les conséquences.
- **Risque provoqué:** situation dans laquelle le risque résulte de la décision de l'agent, mais l'agent ne connaît pas toutes les conséquences de sa décision.

Incertitude

Définition: l'incertitude est une situation dans laquelle on ne peut pas probabiliser les différents événements. L'agent peut ramener la situation d'incertitude à une situation de risque en donnant des probabilités subjectives à chaque événement pouvant se produire.

- **Incertitude radicale:** situation dans laquelle les états de la nature ne peuvent pas être probabilisés et dans laquelle l'agent ne peut pas décrire les états de la nature possibles.

Principes

- **Principe de prévention:** ce principe correspond à la situation de risque. L'agent connaît l'ensemble des conséquences possibles de ses décisions (leurs probabilités) et il peut prendre en compte le gradient du risque. Le principe de précaution amène l'agent à contrer le risque probabilisable.
- **Principe de précaution:** ce principe correspond à la situation d'incertitude. Le principe de précaution consiste en la maximisation de l'issue de sa décision en tenant compte de la pire situation qui puisse arriver : l'agent minimise donc l'impact de la pire situation qui puisse avoir lieu suite à sa décision.
- **Principe de réparation:** ce principe correspond à la situation où l'incertitude a été levée. Le principe de réparation consiste en la réparation de l'agent « victime » d'un événement préjudiciable, réparation qui doit être proportionnelle au risque pris par l'agent « auteur » de l'événement préjudiciable. Si le risque a été minimisé par l'agent « auteur », alors la réparation de la victime sera moins importante.

Fonction d'utilité indirecte

- Fonction d'utilité directe: $U(A, B)$. Or, A et B peuvent être réexprimés en fonction du revenu R.
  $\Rightarrow$ La fonction d'utilité directe devient: $U(A(R), B(R))$.

  $\Rightarrow$ Fonction d'utilité indirecte: $U(R)$ $\Rightarrow$ Propriétés identiques à la fonction d'utilité directe:
  - Utilité croissante en R.
  - Utilité marginale décroissante en R.

  $\Rightarrow$ $U(R)$ est une fonction concave en R.

Espérance - Définition

Situation	**Revenu**	**Utilité indirecte**
Certitude	R	$U(R)$
Risque	L'espérance du revenu (ou le revenu espéré) R_e est calculé(e) en pondérant le revenu que l'agent percevrait dans chaque état de la nature par les probabilités respectives des états de nature possibles: $R_e = P_1 * R_1 + P_2 * R_2 + P_3 * R_3 + ...P_n * R_n$	L'espérance de l'utilité (ou l'utilité espérée) U_e de l'agent en situation de risque est calculée en pondérant l'utilité que l'agent retirerait dans chaque état de la nature par les probabilités respectives des états de nature possibles : $U_e = P_1 * U(R_1) + P_2 * U(R_2) + P_3 * U(R_3) + ...P_n * U(R_n)$

A noter que la somme des probabilités doit impérativement être égale à 1.

Application

Un individu joue à loterie. Avec une probabilité $\frac{1}{4}$, il gagne 1 euro. Avec une probabilité $\frac{1}{3}$, il gagne 2 euros. Avec une probabilité $\frac{5}{12}$, il gagne 3 euros.

$\Rightarrow$ Calculer le revenu espéré de cette loterie.

$\Rightarrow$ La fonction d'utilité est: $U(R) = \sqrt{(}R)$. Calculer l'utilité espérée de cette loterie.

Concavité, linéarité et convexité

Forme de la fonction d'utilité	**Attitude face au risque**	**Interprétation**
Convexité	Goût pour le risque	L'utilité du consommateur croît plus que proportionnellement avec le revenu (et par suite, la consommation): $U(R_e) < U_e$.
Linéarité	Neutre au risque	Le consommateur est indifférent entre la perception d'un revenu certain ou d'un revenu espéré équivalent: $U(R_e) = U_e$.
Concavité	Aversion au risque	L'utilité du consommateur croît moins que proportionnellement avec le revenu (et par suite, la consommation): $U(R_e) > U_e$.

- Dans ce cours, on suppose en général que le consommateur est averse au risque.
- La courbure de la fonction d'utilité indirecte concave mesure le degré d'aversion au risque du consommateur. Plus la courbure est forte, plus l'aversion au risque est forte.

Revenus équivalents

- **Définition:** un revenu espéré équivalent est un revenu espéré tel qu'il est égal au revenu certain.

$$R_e = R_c$$

- **Définition**: l'équivalent certain d'une loterie est le revenu certain qui rend l'agent indifférent entre la participation à la loterie et la perception de ce revenu certain.

$$U(R_{ec}) = U_e$$

Prime de risque

Définition: la prime de risque est le prix du risque. La prime de risque correspond au revenu supplémentaire minimum exigé par l'agent pour décider de participer à la loterie plutôt que de recevoir un revenu inférieur, mais certain. Autrement dit, la prime de risque est le revenu supplémentaire minimal que l'agent exige afin de vouloir participer à la loterie: ce revenu correspond à la différence entre le revenu espéré de la loterie et le revenu certain qui rend l'agent indifférent entre la participation à la loterie ou la perception de ce revenu certain.

$$Prime = R_c - R_{ec}$$

Application

- Deux alternatives:
  - $R = 1000$ avec certitude.
  - Loterie: $R = 400$ avec une probabilité $\frac{1}{2}$ et $R = 1600$ avec une probabilité $\frac{1}{2}$.

  $\Rightarrow$ Calculer le revenu espéré et comparer le au revenu certain.

  $\Rightarrow$ Calculer l'utilité espérée et comparer la à l'utilité certaine.
- On suppose que: $U(R) = \sqrt{(}R)$.

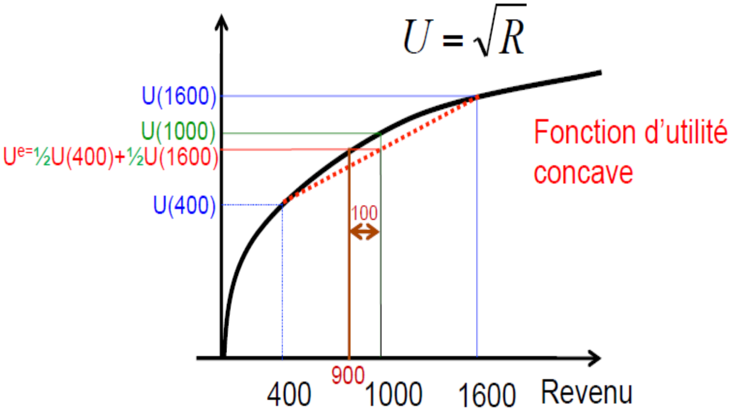
  $\Rightarrow$ Calculer l'utilité espérée et comparer la à l'utilité certaine.

  Quelle paramètre a déterminé cette préférence?

  $\Rightarrow$ Calculer l'équivalent certain de la loterie.

  $\Rightarrow$ Interpréter l'écart de revenu entre l'équivalent certain de la loterie et le revenu certain.

Application - Représentation graphique



Revenu vs. Utilité

- Egalité des revenus (revenu espéré équivalent R_e: $R_c = R_e$)
  $\Rightarrow$ Egalité des utilités de ces revenus $U(R_c) = U(R_e)$.

- Egalité des revenus n'implique pas égalité de l'utilité certaine avec l'utilité espérée (sauf en cas de linéarité).
  $\Rightarrow$ Le revenu espéré équivalent R_e ($R_c = R_e$) n'est pas nécessairement l'équivalent certain.
  $\Rightarrow$ La différence entre l'équivalent certain et le revenu certain est la prime de risque.

Application

- Deux alternatives:
  - $R = 10$ avec certitude.
  - Loterie: $R = 5$ avec une probabilité $\frac{1}{2}$ et $R = 15$ avec une probabilité $\frac{1}{2}$.

  $\Rightarrow$ Calculer le revenu espéré et comparer le au revenu certain.

  $\Rightarrow$ Calculer l'utilité espérée et comparer la à l'utilité certaine.
- On suppose que: $U(R) = R^2$.

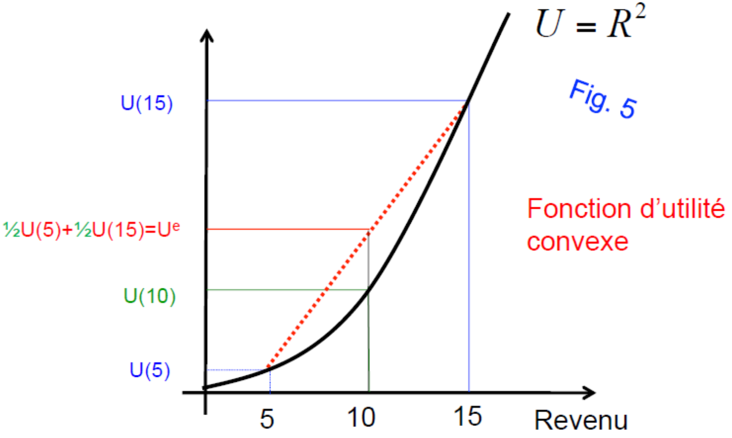
  $\Rightarrow$ Calculer l'utilité espérée et comparer la à l'utilité certaine.

  Quelle paramètre a déterminé cette préférence?

  $\Rightarrow$ Calculer l'équivalent certain de la loterie.

  $\Rightarrow$ Interpréter l'écart de revenu entre l'équivalent certain de la loterie et le revenu certain.

Application - Représentation graphique



Marché de l'assurance

Principe de fonctionnement (1)

- Deux états: bon (b) / mauvais (m). $\Rightarrow$ Possibilité de s'assurer contre l'état m.
- A est le montant assuré, c'est-à-dire le montant du remboursement effectué par l'assurance au consommateur en cas d'état m.
- Dans tous les cas, on paye γ euro ($\gamma < 1$) à l'assurance pour chaque euro assuré. $\Rightarrow$ On paye $\gamma * A$ euros à l'assurance et on reçoit A euros si l'état m se produit.
- L'état b (respectivement m) a une probabilité $(1 - p)$ (respectivement p) de se produire.
- La consommation et le revenu de l'agent dans l'état b (respectivement m) ont pour indice b (respectivement m).

Principe de fonctionnement (2)

Etat	**Probabilité**	**Revenu**	**Consommation**
b	$1-p$	R_b	C_b
m	p	R_m	C_m

Contrainte budgétaire

- Les budgets dans chaque état sont:
  - Les revenus R_b et R_m ($R_b > R_m$).
  - En cas d'état m, l'indemnisation A.
- Les dépenses dans chaque état sont:
  - Les consommations C_b et C_m.
  - L'achat de l'assurance $\gamma * A$.
- Les contraintes budgétaires sont donc, pour chaque état:
  - Etat b: $R_b \geq C_b + \gamma * A$.
  - Etat m: $R_m + A \geq C_m + \gamma * A$.

Typologie de l'assurance

- **Aucune assurance:** $A = 0 \Rightarrow R_b = C_b$ et $R_m = C_m$.
- **Assurance complète:** $C_b = C_m \Rightarrow A = R_b - R_m$.
- **Assurance imparfaite:** $0 < A < R_b - R_m$.

Assurance et point de consommation optimale

- Deux états $\Leftrightarrow$ Deux biens. $\Rightarrow$ Préférences et courbes d'indifférence.
- Deux contraintes budgétaires.
- Point de consommation optimale.

Résolution graphique

- C_b: axe des ordonnées / C_m: axe des abscisses. $\Rightarrow$ Courbes d'indifférence entre C_m et C_b représentées dans le plan (C_m, C_b).
- Ces courbes d'indifférence ont les mêmes propriétés que précédemment.
- Aversion au risque $\Leftrightarrow$ Convexité des courbes d'indifférence:
  - Interprétation: je préfère augmenter le montant de mon assurance auprès de ma compagnie d'assurance contre l'état m et ainsi être mieux couvert en cas d'état m, plutôt que de ne pas être suffisamment assuré dans cette éventualité et risquer de subir une perte de revenu et par suite de consommation conséquente en cas d'état m.

Préférences et courbes d'indifférence

$$TMS = -\frac{1-p}{p}\frac{\Delta C_b}{\Delta C_m}$$

- **Définition:** le TMS est la quantité de C_b pondérée par sa probabilité que je dois sacrifier pour augmenter d'une unité ma consommation de C_m pondérée par sa probabilité tout en restant au même niveau d'utilité.
- **Interprétation:** si j'augmente d'une unité ma consommation de C_m pondérée par sa probabilité, j'augmente mon utilité. Je dois donc diminuer mon utilité de la même quantité via une baisse de C_b pondérée par sa probabilité pour rester au même niveau d'utilité. La quantité de C_b pondérée par sa probabilité que je dois sacrifier pour augmenter d'une unité ma consommation de C_m pondérée par sa probabilité tout en restant au même niveau d'utilité est donc de $[-\frac{1-p}{p}\frac{\Delta C_b}{\Delta C_m}]$ unités.
- Plus C_b est élevé, plus le consommateur est prêt à sacrifier de sa richesse de l'état b vers l'état m. A mesure que C_b diminue, il est de moins en moins prêt à sacrifier de sa richesse de l'état b vers l'état m.
- Interprétation toujours valide.

Contrainte budgétaire (1)

- État b: $R_b \geq C_b + \gamma * A$.
- État m: $R_m + A \geq C_m + \gamma * A$.
  $\Rightarrow$ Deux contraintes budgétaires $\Rightarrow$ Une seule contrainte budgétaire.
- Réexprimer A à partir des deux contrainte budgétaires:
  - État b: $A = \frac{R_b - C_b}{\gamma}$.
  - État m: $A = \frac{-R_m + C_m}{1-\gamma}$.
- Égaliser les deux équations: $\frac{R_b - C_b}{\gamma} = \frac{-R_m + C_m}{1-\gamma}$.
- Exprimer C_b en fonction de C_m à partir de cette équation:
  $C_b = R_b + \frac{\gamma}{1-\gamma} R_m - \frac{\gamma}{1-\gamma} C_m$

Contrainte budgétaire (2)

- **Définition:** la pente de la contrainte budgétaire, égale à $[-\frac{\gamma}{1-\gamma}]$, est la quantité de C_b que je dois sacrifier pour augmenter d'une unité ma consommation de C_m tout en respectant ma contrainte budgétaire.
- **Interprétation:** si j'augmente d'une unité ma consommation de C_m, j'augmente de γ unités ma dépense. Je dois donc diminuer de $[\frac{\gamma}{1-\gamma}]$ unités ma consommation de C_b pour continuer à respecter ma contrainte budgétaire.
- $\frac{\gamma}{1-\gamma}$ est le prix relatif de l'assurance.
  - γ est le prix dans l'état b.
  - $1-\gamma$ est le gain net du coût dans l'état m.
- Interprétation toujours valide.

Point de consommation optimale

Tangence entre la contrainte budgétaire et une des courbes d'indifférence:

$$TMS = -\frac{1-p}{p}\frac{\Delta C_b}{\Delta C_m} = \frac{\gamma}{1-\gamma}$$

Au point de consommation optimale, il faut que la diminution de C_b pondérée par sa probabilité associée à l'augmentation d'une unité de C_m pondérée par sa probabilité soit égale le long de la courbe d'indifférence et de la contrainte budgétaire.

Maximisation sous contrainte

Maximisation de la fonction d'utilité sous la contrainte budgétaire:

$$\max_{C_m, C_b} U_e$$

sous la contrainte budgétaire:

$$C_b = R_b + \frac{\gamma}{1-\gamma} R_m - \frac{\gamma}{1-\gamma} C_m$$

$\Rightarrow$ **Solution:** $TMS = \frac{\gamma}{1-\gamma}$ et $\frac{p}{1-p} \frac{\frac{\Delta U}{\Delta C_m}}{\frac{\Delta U}{\Delta C_b}} = \frac{\gamma}{1-\gamma}$

Point de consommation optimale (1)

- Le TMS est en fait le ratio des utilités marginales pondérées par leur probabilité respective (pente de la courbe d'iso-utilité dans le plan (C_m, C_b)): $TMS = \frac{p}{1-p}\frac{\frac{\Delta U}{\Delta C_m}}{\frac{\Delta U}{\Delta C_b}}$.
- Pour interpréter correctement l'égalité, il faut la réécrire comme suit:

$$p\frac{\Delta U}{\Delta C_m} = (1-p)\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{\Delta U}{\Delta C_b}$$

Point de consommation optimale (2)

- Au point de consommation optimale, la hausse de $[p\frac{\Delta U}{\Delta C_m}]$ unités du niveau d'utilité associée à l'augmentation d'une unité de C_m pondérée par sa probabilité doit être exactement compensée par la baisse de $[(1-p)\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{\Delta U}{\Delta C_b}]$ unités du niveau d'utilité associée à la baisse de $[\frac{\gamma}{1-\gamma}]$ unités de C_b pondérée par sa probabilité.
- **Interprétation:** si j'augmente d'une unité ma consommation de C_m pondérée par sa probabilité, j'augmente ma satisfaction de $[p\frac{\Delta U}{\Delta C_m}]$ unités mais en contrepartie, je diminue ma consommation de C_b pondérée par sa probabilité de $[(1-p)\frac{\gamma}{1-\gamma}]$ unités et par suite je diminue ma satisfaction de $[(1-p)\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{\Delta U}{\Delta C_b}]$ unités.
- Interprétation valide seulement au point de consommation

Marché d'assurance concurrentiel (1)

$$Profit = (1-p)\gamma * A + p(\gamma - 1) * A$$

- Concurrence pure et parfaite $\Rightarrow Profit = 0$.
  $\Rightarrow (1-p)\gamma * A + p(\gamma - 1) * A = 0$
  $\Rightarrow \gamma * A - p\gamma * A + p\gamma * A - pA = 0$
  $\Rightarrow \gamma * A - pA = 0$
  $\Rightarrow \gamma * A = pA$
  $\Rightarrow \gamma = p$
- La prime γ demandée pour chaque euro assuré sera égale à la probabilité p de devoir les payer.
- Simplification de l'égalité à l'optimum: $\frac{\frac{\Delta U}{\Delta C_m}}{\frac{\Delta U}{\Delta C_b}} = 1 \Rightarrow C_m = C_b$.

Marché d'assurance concurrentiel (2)

- **Interprétation:** Lorsque $\gamma = p$, les agents choisissent un niveau d'assurance leur permettant d'avoir exactement le même niveau de consommation dans chaque état. On dit alors que l'assurance est parfaite. En achetant une assurance, l'agent cherche donc à opérer le lissage de son revenu entre les différents états de la nature en raison de la concavité de son utilité, et dans le cas d'un marché parfaitement concurrentiel, il y parvient parfaitement.
- Interprétation valide uniquement au point de consommation optimale et en cas de marché d'assurance concurrentiel.

Cas général (1)

- Dans le cas général, la compagnie d'assurance a des coûts de gestion et d'administration qui impliquent que le prix de l'assurance sera plus élevé que le risque: $\gamma > p$.

  $\Rightarrow \frac{\frac{\Delta U}{\Delta C_m}}{\frac{\Delta U}{\Delta C_b}} = \frac{1-p}{p}\frac{\gamma}{1-\gamma} > 1$

  $\Rightarrow \frac{\Delta U}{\Delta C_m} > \frac{\Delta U}{\Delta C_b}$
- Loi de l'utilité marginale décroissante $\Rightarrow U(C_m) < U(C_b)$.
- Fonction d'utilité croissante $\Rightarrow C_m < C_b$.

Cas général (2)

- **Interprétation:** la consommation sera strictement plus élevée dans l'état b et donc l'utilité de l'agent strictement plus élevée dans cet état que dans l'état m. L'assurance prise ne couvre donc pas intégralement le risque d'accident dans ce cas: elle n'est que partielle.
- Interprétation valide uniquement au point de consommation optimale et dans le cas général (sauf marché d'assurance concurrentiel).

Les préférences von Neumann-Morgenstern - Définition (1)

En situation de risque, l'agent cherche à maximiser son utilité compte tenu des probabilités des différents états de la nature. Si on prend l'exemple de deux états de nature possibles, l'état bon (b) où l'agent perçoit le revenu R_b et l'état mauvais (m) où l'agent perçoit le revenu R_m, alors l'agent maximisera son utilité espérée U_e par rapport au montant A de l'assurance.
Si l'agent s'assure pour un montant A au coût $\gamma * A$, il percevra
$C_m = R_m - \gamma * A + A$ dans l'état mauvais et $C_b = R_b - \gamma * A$ dans l'état bon.
Au point optimal, le ratio des utilités marginales des deux états de la nature, pondérées par leurs probabilités respectives sont égales au rapport des prix, soit:

$$TMS = \frac{p * U_m(m)}{(1-p) * U_m(b)} = \left| -\frac{\gamma}{1-\gamma} \right|$$

Les préférences von Neumann-Morgenstern - Définition (2)

- En situation de concurrence pure et parfaite, le coût de l'assurance est égal à la probabilité de l'état mauvais, soit $\gamma = p$. L'agent maximise son utilité espérée: il prend une assurance complète et devient neutre au risque.

- En situation de concurrence imparfaite, $\gamma > p$, l'assureur fait du profit. Alors, au point de décision optimale, l'agent choisit de ne pas prendre une assurance complète.

Retour sur la rationalité

Rationalité et altruisme - Jeu du dictateur

- Un individu reçoit une dotation initiale de n jetons, qui seront à la fin du jeu transformés en argent réel (1 jeton=1 euro).
- Cet individu peut décider de tout garder pour lui ou d'en donner une partie à un autre individu, anonyme, qu'il ne rencontrera en principe jamais (la règle du double anonymat garantit par ailleurs que le receveur potentiel ne pourra pas le retrouver non plus).
  $\Rightarrow$ Egoisme vs. Altruisme: en moyenne, 20% des dotations initiales sont redistribuées sans contrepartie.
- Ce résultat ne remet pas en cause le concept de l'utilité.
  $\Rightarrow$ Intégrer l'altruisme à la fonction d'utilité.

Rationalité et cohérence des choix - Jeu de l'ultimatum

- Le joueur 1 reçoit *n* jetons et décide d'en donner une partie au joueur 2, qui peut accepter ou refuser ce don. S'il le refuse, aucun des deux joueurs ne reçoit alors quoi que ce soit.
- Point de menace ⇒ Incitation.

⇒ Les joueurs 1 offrent en moyenne jusqu'à 40% du total des jetons, soit deux fois plus que pour le jeu du dictateur; très peu de joueurs 1 proposent le minimum (un jeton).
⇒ Le joueur 2 rejette en moyenne une offre sur deux pour les offres inférieures à 20%.
⇒ Le mode de la distribution des dons le plus fréquent est le partage équitable 50-50.

⇒ Traces de rationalité:

- Le joueur 1 donne plus que dans le simple jeu du dictateur où il ne faisait face à aucune menace. Le joueur 1 peut anticiper rationnellement que le joueur 2 ne soit pas rationnel et fixer ex ante une règle ad hoc non rationnelle.
- Ce qui est irrationnel ici est le refus du joueur 2 d'accepter des offres faibles.

Limites de la rationalité en situation d'incertitude

- L'utilité redevient convexe pour des revenus élevés.
- Le consommateur a une mauvaise connaissance de l'utilité à gagner.
- Le consommateur appréhende mal les petites probabilités.
  $\Rightarrow$ Expériences de Kahnemann et Tversky.
  $\Rightarrow$ Paradoxe d'Allais: spontanément, les individus ne font pas le bon choix.
- **Définition:** le biais cognitif désigne l'état de l'individu dans lequel il manifeste une difficulté à appréhender correctement le monde dans lequel il vit. Le biais cognitif se traduit notamment par la surestimation des petites probabilités et la sous-estimation des grandes probabilités.

Application (1)

Afin de venir en aide aux victimes des subprimes, le gouverneur de Californie décide d'organiser une tombola. Plutôt que de vendre les n tickets de tombola à un prix unique, les bénévoles chargés de la vente demandent à chaque participant le prix qu'il souhaiterait mettre. Avec une probabilité $\frac{1}{n}$, le participant remporte le premier prix, une voiture d'un montant de 10 000 \$. Il peut sinon gagner l'un des 10 cadeaux de consolation d'une valeur de 100 \$ ou alors ne rien gagner du tout.

$\Rightarrow$ Ecrivez la valeur espérée de la tombola.

$\Rightarrow$ Arnold est un participant potentiel. Sa fonction d'utilité est définie par $U(x) = \sqrt(x)$. Calculez pour Arnold l'espérance d'utilité associée à cette tombola.

$\Rightarrow$ Quel prix maximum Arnold serait-il prêt à payer pour participer?

Application (2)

On suppose qu'un cadre dispose de ressources propres d'un montant $y = 1000$ euros et travaille pour un salaire mensuel $w = 3000$ euros. Sa fonction d'utilité est donnée par $U(x) = ln(x)$.
$\Rightarrow$ Comment qualifieriez-vous son attitude face au risque?
$\Rightarrow$ On suppose qu'il peut être licencié à tout moment avec une probabilité $p = 0,05$. Sa compagnie d'assurance lui propose de se protéger contre le chômage en payant une prime d'assurance mensuelle de 100 euros qui lui permettrait de recevoir 2 000 euros en cas de licenciement. Le cadre accepte-il le contrat ? (indice : comparez l'espérance d'utilité du cadre avec et sans assurance)

Application (3)

Un agriculteur doit choisir quel type de plantation réaliser compte tenu de la fragilité des cultures aux conditions météorologiques :

Production	Pluie normale	Sécheresse
Carottes	5000	40000
Fraises	20000	12000

Les météorologues estiment que l'été à venir sera touché par la sécheresse avec 50% de chances. On suppose que l'agriculteur a une fonction d'utilité $U(x) = ln(x)$ et cherche à maximiser son espérance d'utilité. Ses ressources initiales sont nulles.

$\Rightarrow$ La fonction d'utilité de l'agriculteur est-elle convexe, concave ou linéaire? Qu'en déduisez-vous des préférences face au risque de cet agriculteur?

$\Rightarrow$ Si l'agriculteur doit se spécialiser dans une seule production, pour laquelle doit-il opter?

Application (3)

⇒ On suppose à présent que cet agriculteur décide de répartir le risque en plantant pour moitié des carottes et pour moitié des fraises. Écrivez son espérance d'utilité dans ce cas.

⇒ Sa compagnie d'assurance lui propose de protéger sa production de fraises : l'assurance coûte 5 000 euros et permet d'obtenir un dédommagement de 10 000 euros en cas de sécheresse. L'agriculteur devrait-il prendre l'assurance? (indice : comparer l'espérance d'utilité avec et sans assurance)